

OloBeam

Standard 7

Manuale di Validazione

Release: 7.7.2

AVVERTENZE

L'utente è l'unico responsabile per i danni derivanti dall'uso del programma, per il quale non viene fornita alcuna garanzia di funzionamento.

E' necessario verificare l'attendibilità dei risultati tramite metodi e strumenti di calcolo alternativi.

INDICE

1.1	BASI TEORICHE	Pag. 4
1.2	ALGORITMI IMPIEGATI	Pag. 5
1.3	CAMPI D'IMPIEGO	Pag. 6
2	CASI DI PROVA	
2.1	TEST 1: TAGLIO DEVIATO IN SEZIONI GENERICHE PER FLESSIONE E TAGLIO DEVIATO	Pag. 7
2.2	TEST 2: DEFORMABILITA' TORSIONALE	Pag. 9
2.3	TEST 3: STRUTTURA IPERSTATICA RETICOLARE CON CARICO TERMICO	Pag. 10
2.4	TEST 4: CARICO TERMICO A FARFALLA SU TELAIO CON VINCOLI CEDEVOLI	Pag. 11
2.5	TEST 5: TENSIONI NORMALI E TANGENZIALI PER SOLECITAZIONE COMPOSTA DI PRESSOFLESSIONE DEVIATA + TAGLIO + TORSIONE	Pag. 13
2.6	TEST6: EDIFICIO IN C.A. SPOSTAMENTI D'INTERPIANO PER AZIONE SISMICA	Pag. 15

1.1 BASI TEORICHE

OloBeam esegue l'analisi statica lineare di strutture intelaiate ad aste rettilinee, avvalendosi della “teoria tecnica della trave”.

Il programma integra la linea elastica secondo il modello proposto da **Timoshenko**, tenendo cioè conto delle deformazioni per taglio.

A maggior chiarimento, per un concio di trave di lunghezza dz , le deformazioni dovute alle sollecitazioni interne possono essere come di seguito valutate:

$$d\varphi_\xi = \left(\frac{M_\xi}{EI_\xi} \right) dz \quad : \quad \begin{array}{l} \text{Rotazione attorno all'asse centrale principale} \\ \text{d'inerzia } \xi \end{array}$$

$$d\varphi_\eta = \left(\frac{M_\eta}{EI_\eta} \right) dz \quad : \quad \begin{array}{l} \text{Rotazione attorno all'asse centrale principale} \\ \text{d'inerzia } \eta \end{array}$$

$$d\vartheta = \left(q \frac{M_z}{GI_p} \right) dz \quad : \quad \text{Rotazione attorno al centro di torsione } C_t$$

$$d\xi = \left(\frac{\chi_\eta T_\xi}{GA} + \frac{\chi_{\xi\eta} T_\eta}{GA} \right) dz \quad : \quad \begin{array}{l} \text{Spostamento lungo l'asse centrale principale} \\ \text{d'inerzia } \xi \end{array}$$

$$d\eta = \left(\frac{\chi_\xi T_\eta}{GA} + \frac{\chi_{\xi\eta} T_\xi}{GA} \right) dz \quad : \quad \begin{array}{l} \text{Spostamento lungo l'asse centrale principale} \\ \text{d'inerzia } \eta \end{array}$$

$$d\zeta = \left(\frac{N}{EA} \right) dz \quad : \quad \text{Spostamento lungo l'asse della trave } z$$

dove:

I_ξ	:	Momento d'inerzia rispetto l'asse centrale principale ξ
I_η	:	Momento d'inerzia rispetto l'asse centrale principale η
I_p	:	Momento polare = $(I_\xi + I_\eta)$
E	:	Modulo di elasticità normale
G	:	Modulo di elasticità tangenziale
M_ξ, M_η	:	Componenti del momento flettente secondo le direzioni ξ e η
T_ξ, T_η	:	Componenti del taglio secondo le direzioni ξ e η
M_z	:	Momento torcente
N	:	Sforzo assiale

χ_{ξ}	:	Fattore di taglio ottenuto scegliendo ξ come asse neutro
χ_{η}	:	Fattore di taglio ottenuto scegliendo η come asse neutro
$\chi_{\xi\eta}$:	Fattore di taglio mutuo
q	:	Fattore di torsione

1.2 ALGORITMI IMPIEGATI

Caratteristiche inerziali

Viene utilizzato il metodo delle differenze finite: la sezione viene scomposta in elementi trapezoidali e settori circolari. Per ciascuno di essi sono note le proprietà di massa: area, baricentro, momenti statici e d'inerzia rispetto il proprio baricentro.

Componendo algebricamente le singole proprietà si ottengono le caratteristiche inerziali dell'intera sezione.

Fattori di Taglio e Fattore di Torsione

La ricerca delle funzioni armoniche che regolano il problema viene condotta con il metodo degli elementi finiti.

La sezione viene scomposta automaticamente in elementi triangolari affiancati l'un l'altro fino a formare una rete che copre l'intera figura.

Per ogni nodo della rete viene scritta una equazione di annullamento del Laplaciano, aggiungendo, per i nodi esterni, un termine noto relativo al valore della derivata normale sul contorno dettata dalla teoria classica di De Saint Venant.

Il sistema di equazioni lineari viene risolto con il metodo di eliminazione di Gauss.

Analisi Telaio

L'analisi del telaio spaziale viene condotta considerando 6 gradi di libertà per ogni nodo, tre di spostamento, tre rotazionali.

La matrice di rigidità globale [K], di dimensioni [6N x 6N] (con N numero dei nodi), viene ottenuta assemblando le matrici di rigidità delle singole aste, tenendo conto di tutte le costanti di rigidità (due flessionali, tre taglianti, una assiale ed una torsionale).

L'inversione della matrice di rigidità viene effettuata con l'algoritmo di Gauss-Jordan.

Per ciascuna condizione di carico vengono determinati, in sequenza:

- Spostamenti nodali;
- Reazioni vincolari;
- Caratteristiche della sollecitazione interna (momenti, tagli, torsione e sforzo normale) a partire dagli spostamenti nodali, per ognuna delle aste della struttura si ricostruisce la deformata e si determinano le sollecitazioni interne facendo uso della soluzione della linea elastica.

1.3 CAMPI D'IMPIEGO

Ingegneria Civile - Ingegneria Meccanica

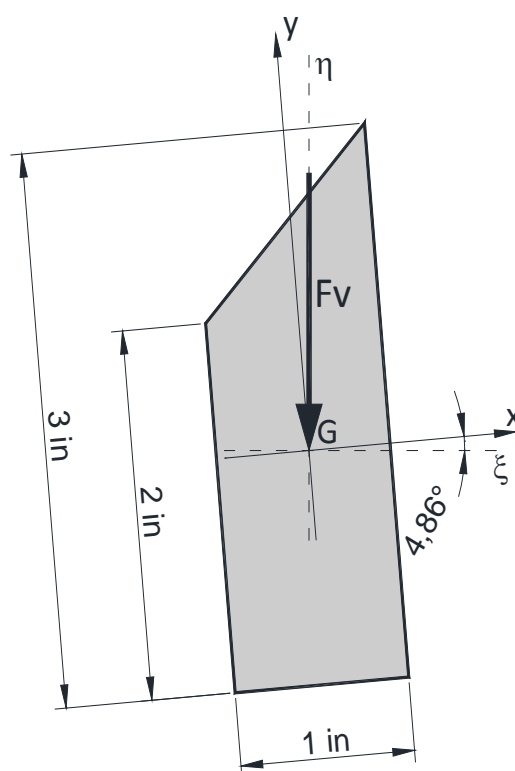
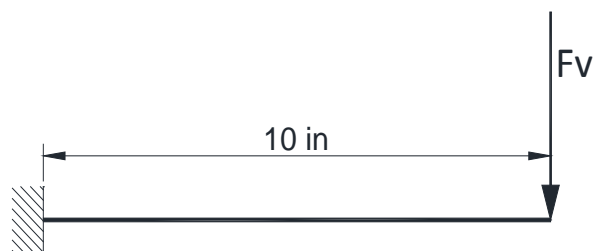
OloBeam è un programma di calcolo impiegabile nelle problematiche di ingegneria civile e meccanica che richiedono la valutazione degli spostamenti, delle deformazioni e dello stato di sollecitazione, in strutture tridimensionali modellabili come un insieme di nodi e di elementi lineari che li connettono (travi, pilastri), per le quali valgano alcune consuete ipotesi della Scienza delle Costruzioni:

- materiali omogenei, isotropi ed elastico lineari
- conservazione delle sezioni piane
- piccoli spostamenti e piccole deformazioni
- vincoli lisci ed a comportamento elastico lineare
- carichi conservativi
- torsione uniforme ed ingobbamento libero.

TEST 1: TAGLIO DEVIATO IN SEZIONI GENERICHE

Il test rivela l'influenza del fattore di taglio mutuo.

Problema: si cercano gli spostamenti e le rotazioni all'estremo libero di una trave a mensola con sezione trapezoidale non simmetrica soggetta a flessione retta e taglio deviato.



Reference: Walter D. Pilkey, *Analysis and Design of Elastic Beams, Computational Methods*, 2002, John Wiley & Sons, New York, pag.279 etc.

Dati:

$$L = 0,254 \text{ m}$$

$$H_{SX} = 50,8 \text{ mm}$$

$$H_{DX} = 76,2 \text{ mm}$$

$$B = 25,4 \text{ mm}$$

$$E = 30000 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0,3$$

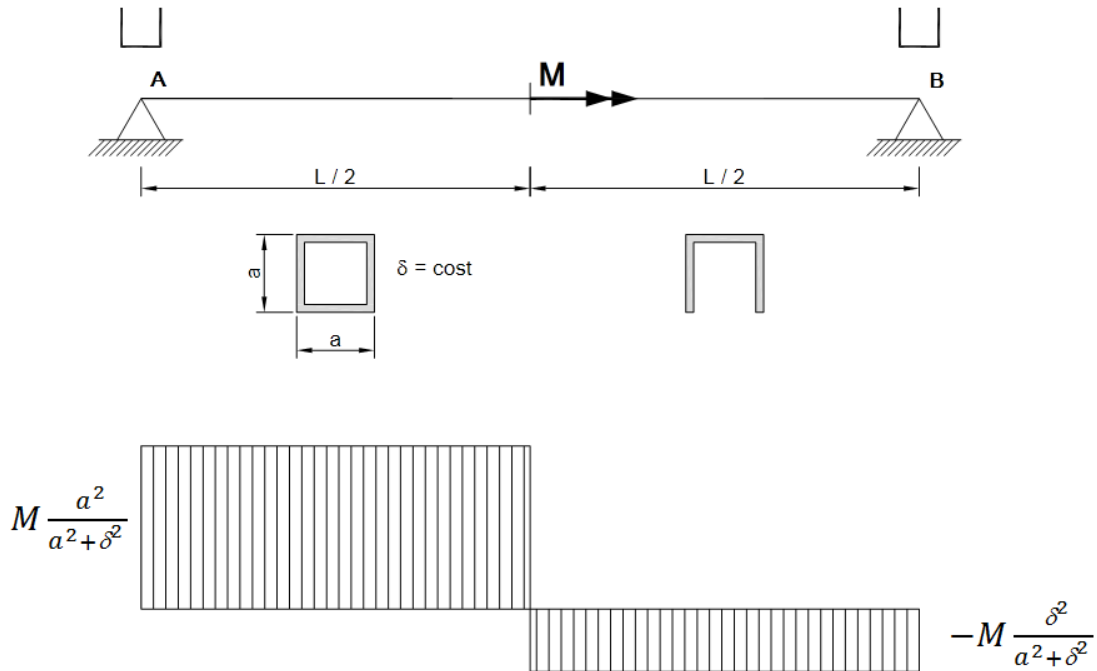
$$P = 82120.16 \text{ N}$$

Comparazione dei risultati:

	Reference	OloBeam
χ_{ξ}	1,16	1,16
χ_{η}	1,47	1,47
$\chi_{\xi\eta}$	-0,05	-0,05
θ_{γ}	0,15 rad	0,15 rad
θ_z	0,00 rad	0,00 rad
u	-0,05 mm	-0,05 mm
v	26,7 mm	26,7 mm

TEST 2: DEFORMABILITA' TORSIONALE

Problema: si cercano le reazioni dei vincoli torsionali in A e B per una trave costituita da due tratti di sezione diversa, soggetta ad una coppia torcente in mezzzeria.



Fonte di riferimento: Vincenzo Franciosi, *Problemi di scienza delle costruzioni*, Vol.II, 1983, Liguori Editore, pag. 443 e seguenti.

Dati:

$L = 2 \text{ m}$

$a = 50 \text{ mm}$

$\delta = 5 \text{ mm}$

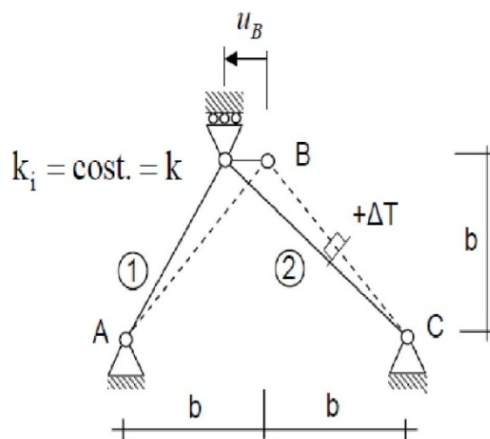
$M = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}$

Comparazione dei risultati:

	Reference	OloBeam
M_A	988 N·m	988 N·m
M_B	12.2 N·m	12.2 N·m

TEST 3: STRUTTURA IPERSTATICA RETICOLARE CON CARICO TERMICO

Problema: si cercano le sollecitazioni assiali e lo spostamento del nodo B per effetto di una variazione termica uniforme sull'asta 2.



Fonte di riferimento: G. Novati (DIS-PoliMI) – *Strutture reticolari - Appunti del corso di Scienza delle Costruzioni*, 2011, disponibile su ftp://ftp.stru.polimi.it/corsi/Novati_SdC/reticolari_1.pdf [url ottenuto da google.it il 02/02/2013].

Soluzione teorica:

$$u_B = \alpha \Delta t b$$

$$N_1 = N_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} k \alpha \Delta t b \quad (\text{dove } k = N_i/\Delta L_i)$$

Dati:

$$b = 3 \text{ m}$$

$$A = 1802 \text{ mm}^2 \text{ (sezione circolare cava D 101,6 mm t= 5 mm)}$$

$$\alpha = 0.00001 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$E = 200000 \text{ N/mm}^2$$

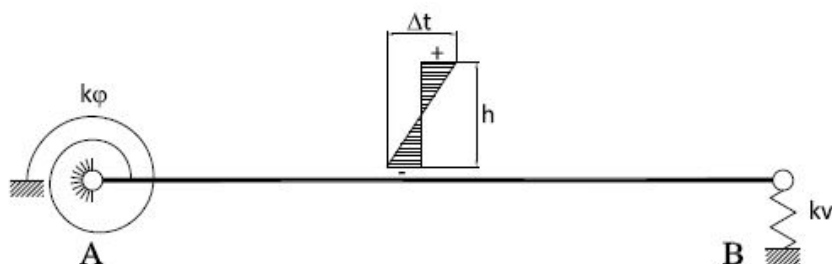
$$\Delta t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Comparazione dei risultati:

	Reference	OloBeam
u_B	0,90 mm	0,90 mm
N_1	5,41E+04 N/mm ²	5,41E+04 N/mm ²
N_2	5,41E+04 N/mm ²	5,41E+04 N/mm ²

TEST 4: CARICO TERMICO A FARFALLA SU TELAIO CON VINCOLI CEDEVOLI

Problema: si cercano le reazioni vincolari e gli spostamenti dei nodi per effetto di una variazione termica alla Navier; Δt variabile lungo l'altezza della sezione.



Reference: calcolo a mano

Dati:

$$L = 3 \text{ m}$$

$$b = 400 \text{ mm}$$

$$h = 600 \text{ mm}$$

$$\alpha = 0.00001 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$E = 30000 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0$$

$$\Delta t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$1/K_{\varphi A} = 1\text{E-}8 \text{ rad/N}$$

$$1/K_{vB} = 2\text{E-}8 \text{ m/N}$$

Calcolo a mano:

La struttura viene resa isostatica sopprimendo il carrello a destra; X_B è la relativa reazione incognita.

Condizione di congruenza:

$$v_B = -\frac{X_B}{k_{vB}}$$

Contributi allo spostamento verticale in B dovuti ai carichi esterni ed alla reazione X incognita:

$$v_B = \underbrace{-\frac{\alpha \Delta t}{h} \frac{L^2}{2}}_{\text{variazione termica}} + \underbrace{\frac{X_B L^2}{k_{\varphi A}}}_{\text{incastro cedevole}} + \underbrace{\frac{X_B L^3}{3EI}}_{\text{flessione}} + \underbrace{\frac{\chi_\xi X_B L}{GA}}_{\text{taglio}}$$

Uguagliano si ottiene:

$$X_B = \frac{\frac{\alpha \Delta t}{h} \frac{L^2}{2}}{\frac{1}{k_{vB}} + \frac{L^2}{k_{\varphi A}} + \frac{L^3}{3EI} + \frac{\chi_\xi L}{GA}}$$

Da condizioni di equilibrio e di congruenza si ottiene poi:

$$R_{vA} = -X_B$$

$$M_A = -X_B L$$

$$v_B = X_B / k_{vB}$$

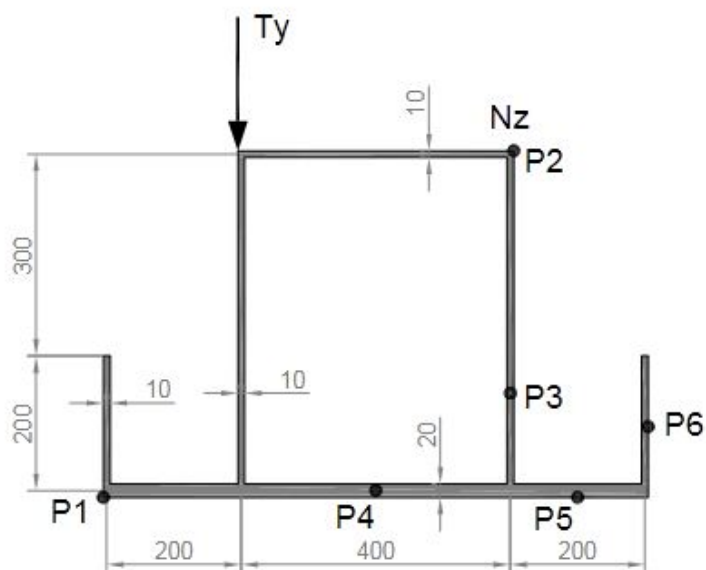
$$\varphi_A = M_A / k_{\varphi A}$$

Comparazione dei risultati:

	Reference	OloBeam
R_{vA}	-14'738 N	-14'738 N
M_A	44'214 Nm	44'214 Nm
R_{vB}	14'738 N	14'738 N
v_B	-2,95E-01 mm	-2,95E-01 mm
φ_A	4,42E-04 rad	4,42E-04 rad

TEST 5: TENSIONI NORMALI E TANGENZIALI PER SOLECITAZIONE COMPOSTA DI PRESSOFLESSIONE DEVIATA + TAGLIO + TORSIONE

Problema: per la sezione in figura, si determinino le tensioni normali nei punti P1 e P2, e le tensioni tangenziali nei punti P3, P4, P5 e P6.



Fonte di riferimento: Francesco D'Annibale, *Esercitazioni del corso di Scienza delle Costruzioni sul problema di De Saint Venant* - Prof. Angelo Luongo, 2009, Università Dell'Aquila, disponibile su http://ing.univaq.it/webdisat/did/luongo_civ/Verifiche_resist_0809.pdf [url ottenuto da google.it il 02/02/2013].

Dati:

$$\begin{aligned}
 E &= 206'000 \text{ N/mm}^2 \\
 \nu &= 0,3 \\
 N &= -10'000 \text{ N (compressione)} \\
 T_y &= -50'000 \text{ N} \\
 M_{x_0} &= -3'550 \text{ Nm} \\
 M_{y_0} &= -2'050 \text{ Nm} \\
 M_z &= 10'000 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

Per rendere più agevole il confronto dei risultati, nel file di test le sollecitazioni sono state disaccoppiate in tre distinte condizioni di carico:

1° Condizione: sollecitazioni normali (N, M_x, M_y)

2° Condizione: taglio (T_y)

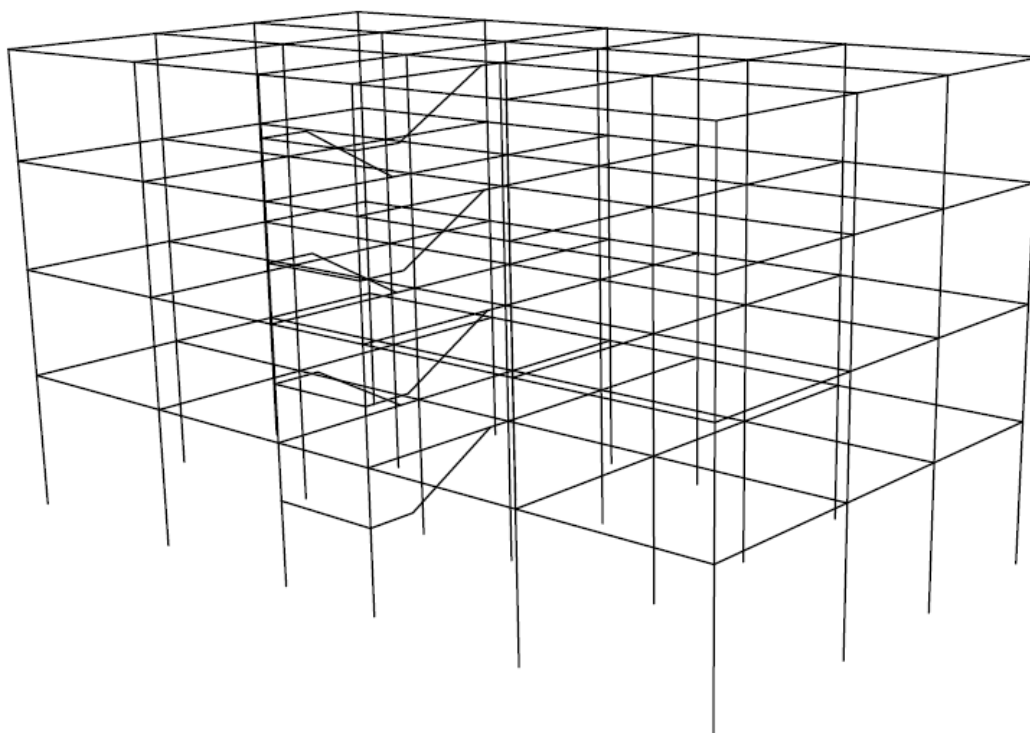
3° Condizione: torsione (M_z)

Comparazione dei risultati:

	Reference	OloBeam
σ_{P1}	0,6 N/mm ²	0,6 N/mm ²
σ_{P2}	- 1,6 N/mm ²	- 1,6 N/mm ²
$\tau_{P3} T_y$	5,69 N/mm ²	5,69 N/mm ²
$\tau_{P4} T_y$	0 N/mm ²	0 N/mm ²
$\tau_{P5} T_y$	0,8 N/mm ²	0,8 N/mm ²
$\tau_{P6} T_y$	0 N/mm ²	0 N/mm ²
$\tau_{P3} M_z$	2,5 N/mm ²	2,5 N/mm ²
$\tau_{P4} M_z$	1,25 N/mm ²	1,25 N/mm ²
$\tau_{P5} M_z$	0,2 N/mm ²	0,2 N/mm ²
$\tau_{P6} M_z$	0,1 N/mm ²	0,1 N/mm ²

TEST 6: EDIFICIO IN C.A. SPOSTAMENTI D'INTERPIANO PER AZIONE SISMICA

Problema: per un edificio in c.a., si determinino gli spostamenti di interpiano (dr) indotti dall'azione sismica, schematizzata con forze orizzontali agenti nel baricentro degli impalcati e applicate in ciascuna direzione separatamente.



Fonte di riferimento: E. Cosenza, G. Maddaloni, G. Magliulo, M. Pecce, R. Ramasco, *Progetto Antisismico di Edifici in Cemento Armato*, 2005, IUSS Press, pag. 51.

Per le caratteristiche geometriche e meccaniche, l'analisi dei carichi ed i dettagli costruttivi, si rimanda al testo di riferimento.

L'edificio è a pianta rettangolare delle dimensioni di circa 25,00 x 13,60 m. La scala è realizzata con trave a ginocchio. Il lato lungo ha direzione coincidente con quella dell'asse orizzontale (*asse X*) del riferimento globale e il lato corto è diretto come l'asse orizzontale ad esso ortogonale (*asse Y*) di tale riferimento.

La struttura si compone, nelle sue linee essenziali, di 143 nodi e 282 aste.

Nel file di riferimento, per materializzare il baricentro degli impalcati, sono stati introdotti ulteriori quattro nodi virtuali.

Ciascuno di essi è stato poi collegato ai nodi del rispettivo piano con ulteriori aste fittizie, n.24 per ogni piano, aventi rigidezza infinita nel piano dell'impalcato e rigidezza nulla nelle altre direzioni, realizzando in tal modo la condizione di impalcato infinitamente rigido.

Gli spostamenti medi di ogni piano sono stati valutati in corrispondenza del rispettivo baricentro. Gli spostamenti relativi d'interpiano sono stati ottenuti per differenza tra lo spostamento orizzontale dell'impalcato considerato e lo spostamento orizzontale dell'impalcato immediatamente sottostante.

Comparazione dei risultati:

	Spostamenti interpiano (dr)	
	Sisma in direzione X	
	Reference	OloBeam
1° Livello	2,03 mm	2,01 mm
2° Livello	1,94 mm	1,93 mm
3° Livello	1,79 mm	1,78 mm
4° Livello	1,13 mm	1,12 mm

	Spostamenti interpiano (dr)	
	Sisma in direzione Y	
	Reference	OloBeam
1° Livello	2,01 mm	1,99 mm
2° Livello	1,68 mm	1,67 mm
3° Livello	1,50 mm	1,49 mm
4° Livello	0,96 mm	0,96 mm